

Acte Inaugural del Curs 2003-2004

Curs H. Poincaré

Salutació

Dr. Sebastià Xambó Descamps,
Degà de la FME.

Presentació de L. Caffarelli

Dr. Xavier Cabré Vilagut.

Lliçó Inaugural

Dr. Luis Caffarelli,

La Ecuación del Calor



Facultat de Matemàtiques
i Estadística

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



SALUTACIÓ

Dr. Sebastià Xambó Descamps
Degà de la Facultat de Matemàtiques i Estadística
Universitat Politècnica de Catalunya



PRESENTACIÓ DE L. CAFFARELLI

Dr. Xavier Cabré Vilagut
Departament de Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya



LLIÇÓ INAUGURAL

La ecuación del calor

Professor Luis Caffarelli
Department of Mathematics
University of Texas at Austin



SALUTACIÓ

Dr. Sebastià Xambó Descamps
Degà de la Facultat de Matemàtiques i Estadística
Universitat Politècnica de Catalunya

Abans de res, benvinguts a un nou curs. Especialment per als nous alumnes. Estic segur que és un moment de grans il·lusions per a tots i tinc clar que un dels reptes que tenim és aconseguir que totes fructifiquin. I una de les meves il·lusions és que al final dels estudis podeu proclamar que no només s'han fet realitat les vostres il·lusions d'avui, sinó moltes més que ara potser us seria difícil imaginar.

Tot seguit, expressar un reconeixement. Des de l'any de les olimpíades hem tingut dos degans que han fet palès, conjuntament amb els seus equips, que podrien donar lliçons de com navegar envers nous horitzons en temps de profunds canvis. Em plau aprofitar aquesta oportunitat per expressar un sentiment compartit de profund agraïment a les trajectòries dels Dr. Joan Solà-Morales i del Dr. Pere Pascual al capdavant de la Facultat, agraïment que hem volgut simbolitzar col·locant avui els seus retrats a la Sala de Juntes.

El curs 2001-2002 la Facultat celebrà el seu desè aniversari. Fou oportú, doncs, que la salutació del degà en l'acte inaugural se centrés en fer un balanç d'una dècada que per a nosaltres ha estat memorable. Els curs passat ha estat de transició, ja que fa sis mesos es va produir la renovació de l'equip deganal. Estudiants, professors, personal d'administració i serveis, equip deganal, directors de departament, rector: en l'acte d'avui cal, més que mai, mirar endavant.

Avui ens toca a tots començar a somniar quina Facultat volem al final de la segona dècada. Avui ens toca a tots començar a construir el camí per aconseguir-ho. Sé que tenim tots la determinació, i que trobarem una visió del nostre futur que orientarà les nostres més profundes aspiracions. Aquesta formulació del futur que volem crear és el que ens guiarà d'una manera més segura per dur a terme la nostra missió i per estructurar la resposta als reptes que indefectiblement s'aniran presentant.

El repte més important, però tanmateix el més ple d'oportunitats, és l'harmonització dels estudis a l'Espai Europeu d'Educació Superior, del que per simplificar en diem declaració de Bolònia. Al final d'aquest procés, hauríem d'haver aconseguit acreditar titulacions de Matemàtiques i d'Estadística, tant de grau com de màster, que ens permetessin no només seguir donant les millors sortides professionals als nostres estudiants, sinó augmentar la seva diversificació i millorar la seva qualitat. No només hauríem d'haver consolidat definitivament la marca d'excel·lència que té la Facultat, de ser la primera opció per a tothom que vulgui fer estudis de matemàtiques o estadística al nostre país, sinó que l'hauríem d'haver convertit en sinònim indiscutible d'excel·lència des de tots els punts de vista: qualitat de l'aprenentatge dels estudiants, qualitat de la docència i mestratge dels professors, qualitat dels serveis i del clima social, qualitat del doctorat, qualitat arreu i en tot moment. I tot això en el marc de la UPC, que ens ofereix oportunitats úniques de cultivar tot l'espectre de les matemàtiques i l'estadística, des del aspecte més teòric fins a les aplicacions científiques i tecnològiques més avançades.

Entre avui i aquest futur, ho hem de fer bé. L'equip deganal hi estem treballant des del dia de la presa de possessió i voldríem tenir un calendari d'actuacions ben definit, i acceptat per la Facultat, abans d'acabar el trimestre. En línies generals, i amb la informació de la qual disposem avui, la hipòtesi de treball és introduir les noves titulacions el curs 2005-2006 i dedicar el curs 2004-2005 a fer proves pilot tant en relació als plans d'estudi pròpiament dits com en relació a l'acreditació. El present curs, doncs, bàsicament serà de preparació, el més completa possible, per poder experimentar durant el curs 2004-2005 fins allà on ens sigui viable.

A més dels deures que ens demana Bolònia, ara us voldria resumir els trets més importants del curs que comencem, i que hem dedicat a Henri Poincaré. Bàsicament ho hem fet perquè el 29 d'abril de 2004 serà el 150è aniversari del seu naixement. Tal com podeu llegir en el Full de setembre, es vol expressar així el desig de commemorar apropiadament una vida intensa i productiva dedicada a les matemàtiques i a la física matemàtica, així com ponderar i celebrar la repercussió fecunda de les seves idees al llarg dels anys.

El primer semestre hi haurà diverses conferències de la franja cultural. També s'han programat un nombre d'activitats relacionades amb algun aspecte de Poincaré que tindran lloc durant la Setmana de la Ciència (7-16 novembre), entre les quals m'agradaria destacar la convocatòria del **Primer Premi Henri Poincaré** per a treballs de recerca a secundària. Pel que fa al segon semestre, els esdeveniments més importants seran la jornada que se

li dedicarà el dia 29 de gener de 2004, amb cinc conferències que aportaran perspectives sobre les línies cultivades per Poincaré que han tingut repercussions més fonamentals, i l'assignatura de lliure elecció **Vida i Obra d'Henri Poincaré**.

Partint de la premissa que la Facultat és, d'alguna manera, de tots els que l'estimen, estem ultimant la creació d'una associació d'amics de la FME. Encara que el gruix de l'entitat el formaran alumnes, exalumnes i professors, creiem que hi ha moltes altres persones a les quals els agradarà formar-ne part. En tot cas, es tracta de crear el que, almenys de moment, podem anomenar **Xarxa FME**, i que hauria de servir no tant per promoure els principis i valors de la FME, la qual cosa sens dubte farà, sinó com a un òrgan que sabés aportar anàlisis crítiques constructives sobre el grau d'acompliment de la nostra missió envers l'entorn institucional, social i empresarial. En breu rebreu informació detallada sobre aquesta iniciativa i espero que la trobareu tant engrescadora per donar-vos-hi d'alta de seguida. La constitució serà durant el segon semestre, lligada a la programació sobre sortides professionals que es fa cada curs, i un primer ingredient que tenim previst tenir enllestit per aquell dia és un volum que contindrà els perfils professionals d'una mostra representativa dels nostres titulats.

També us vull dir que hem pensat publicar trimestralment un full de Notícies FME. El número 0, preparat com una prova pilot que cobreix el període de 24 d'abril a 31 de juliol, el podeu trobar a la sortida si encara no el teniu. Tal com es demana al final d'aquest número preliminar, el nostre agraïment anticipat per a totes les col·laboracions que ens fareu arribar i que, no cal dir-ho, seran indispensables per fer que aquesta publicació assoleixi la utilitat que n'esperem.

Per acabar, és un deure molt agradable esmentar explícitament diversos agraïments. Al rector, la seva deferència a acceptar presidir aquest acte a continuació de la inauguració de l'Oficina de Suport a la Recerca Matemàtica; al Dr. Xavier Cabré, per avenir-se a fer la presentació del conferenciant, i al professor Luis Caffarelli per haver acceptat impartir la lliçó inaugural. Estem orgullosos de tenir el professor Caffarelli avui amb nosaltres. Penso que convé estar molt atents primer a la presentació del Dr. Cabré i després a la lliçó del professor Caffarelli sobre *La ecuación del calor*, que estic segur ens ensenyarà a tots moltes coses.

Gràcies per haver volgut compartir aquesta hora amb nosaltres i molts èxits a tots!

PRESENTACIÓ DE L. CAFFARELLI

Dr. Xavier Cabré Vilagut
Departament de Matemàtica Aplicada I
Universitat Politècnica de Catalunya

Luis Caffarelli va néixer a Buenos Aires el 1948 i va obtenir el doctorat en Matemàtiques per la Universidad de Buenos Aires el 1972. Actualment és professor de Matemàtiques a la Universitat de Texas a Austin.

El professor Caffarelli ha realitzat la seva carrera científica als Estats Units. Ha estat professor a prestigioses institucions, com ara la Universitat de Chicago, l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton i el Courant Institute de la Universitat de Nova York. La seva àrea d'interès és l'Anàlisi Matemàtica i, més concretament, les Equacions en Derivades Parcial. Aquesta àrea, que conté les equacions clàssiques de la Física Matemàtica, inclou també equacions amb aplicacions més recents en la tecnologia (combustió, superconductors, cristalls líquids, disseny òptim, etcètera) i en matemàtica de les finances.

Luis Caffarelli és un dels matemàtics més originals entre els que treballen en aquesta àrea d'investigació, en la que posseeix una visió i intuïció remarcables i reconegudes mundialment. Ha fet un gran nombre de contribucions essencials en diversos camps de la teoria d'Equacions en Derivades Parcial, com ara les equacions de Navier-Stokes en dinàmica de fluids, el càlcul de variacions, o l'optimització. En concret, és el líder mundial en el camp dels problemes de frontera lliura. Testimoni recent d'aquest reconeixement és que va ser conferenciant plenari al International Congress of Mathematics celebrat el 2002 a Beijing.

Ha col·laborat, entre molts altres, amb matemàtics de la talla de Louis Nirenberg, Pierre-Louis Lions i Avner Friedman. Entre les nombroses col·laboracions científiques que té establertes amb grups d'arreu del món, especialment als Estats Units, Europa i Argentina, val a dir que a Espanya ha col·laborat amb els professors Xavier Cabré, Antonio Córdoba, Irene Peral i Juan Luis Vázquez.

Entre moltes altres distincions, Luis Caffarelli ha estat guardonat amb el Premi Stampacchia el 1982, el Premi Bocher el 1984, la medalla d'or de Pius XI, concedida el 1988 pel papa Joan Pau II i que només s'atorga a científics de la més extraordinària qualitat, i el nomenament el 1994 com a membre de l'Acadèmia Pontificia de Ciències. És doctor honoris causa per l'École Normale Supérieure de París, per la Universitat Autònoma de Madrid i per la Universidad de la Plata a Argentina.

LLIÇÓ INAUGURAL

La ecuación del calor

Professor Luis Caffarelli
Departament of Mathematics
University of Texas at Austin

Fourier

La ecuación del calor fue propuesta por Fourier en 1807—en su memoria sobre la propagación del calor en los cuerpos sólidos.

En ella proponía además el germen de lo que pasaría a ser la Teoría de las Series de Fourier.

Tan controvertida fue esta última, que tomó quince años, hasta 1822, para que la Academia de Ciencias decidiese publicarla.

Modelos matemáticos

La ecuación del calor es un modelo matemático (quizás el más sencillo) que trata de describir la evolución de la temperatura en un cuerpo sólido.

Consideremos, para simplificar la presentación, una barra metálica aislada de longitud uno ($0 \leq x \leq 1$), inicialmente a temperatura cero, que después de un cierto tiempo, t_0 , hemos calentado a una temperatura $T(x, t_0)$ manteniendo sus extremos, $x = 0$ y $x = 1$, a temperatura cero.

A partir de ese instante, t_0 , dejamos que la temperatura $T(x, t_0)$ evolucione libremente y estamos interesados en un modelo matemático que nos permita predecir la temperatura $T(x, t)$ para todo x en el intervalo $[0, 1]$, en todo tiempo futuro (es decir, para todo $t > t_0$), a partir de nuestro conocimiento de $T(x, t_0) = T_0(x)$ y del hecho que para $x = 0$ o $x = 1$ la temperatura permanece igual a cero.

Naturalmente no hay un "único modelo". Hay infinitos, dependiendo de la precisión y el rango de valores en que pretendemos sea válido (altas o bajas temperaturas cambiarán el comportamiento del material, impurezas podrían ser relevantes, etc.).

El modelo propuesto por Fourier puede sintetizarse así:

1. La energía (calórica) necesaria para llevar un trozo de la barra de longitud $\Delta\ell$ de temperatura cero a temperatura T es proporcional a $\Delta\ell \times T$ (i.e., la *densidad de energía*, $e = kT$, es proporcional a la temperatura, con k una constante característica del material).
2. La energía fluye de las zonas de mayor temperatura a las de menor temperatura. Más precisamente, la densidad de flujo de energía es

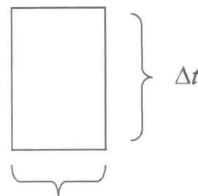
$$f(x) = -\theta D_x T$$

(o $\vec{f}(x) = -\theta \nabla T$ en varias dimensiones), nuevamente θ es una constante característica del material.

3. La energía se conserva. Si tomamos un trozo de barra, $\Delta\ell$, la energía contenida en $\Delta\ell$ en el instante t_2 es igual a la energía que había en $\Delta\ell$ en el instante t_1 más el "flujo de energía" que penetró en los extremos x_1, x_2 en el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 . Matemáticamente:

$$\int_{\Delta\ell} (e(x, t_2) - e(x, t_1)) dx = \int_{t_1}^{t_2} (-f(x_2, t) + f(x_1, t)) dt$$

Si dibujamos el rectángulo $\Delta\ell \times \Delta t$,



$\Delta\ell$

la primera integral ocurre en los bordes superior e inferior, mientras que la segunda ocurre en los laterales. Para poder compararlas, necesitamos poder escribirlas en un dominio común, el rectángulo. Lo logramos tomando derivadas:

$$\int_{\Delta\ell \times \Delta t} D_t e(x, t) dx dt = \int_{\Delta\ell \times \Delta t} -D_x f(x, t) dx dt$$

Como esta relación se debe verificar para cualquier rectángulo, no importa cuán pequeño, necesariamente los integrandos deben ser iguales:

$$D_t e + D_x f = 0.$$

Recordando las expresiones de e y f en función de T , obtenemos la ecuación

$$k D_t T = \theta D_{xx} T$$

En términos actuales las relaciones 1) y 2) se denominan *leyes constitutivas*, y establecen relaciones puntuales entre las *variables de estado*, e, f, T y sus derivadas, que dependen de las características del material, etc. La relación 3), en cambio, es de índole diversa, es una *ley de conservación*, y establece que ciertas cantidades (masa, energía, etc.) se conservan a través de un proceso. Eso no quiere decir que sean puntualmente constantes. En un gas, por ejemplo, la masa fluye de una parte a otra. Lo que una ley de conservación hace es postular la existencia de una variable conservada, e , y un flujo, \vec{f} , que satisfacen

$$D_t e + D_x f = 0.$$

(o $D_t e + \text{div } \vec{f} = 0$).

En definitiva, escribir un modelo matemático consiste en *elegir aquellas variables de estado que son relevantes para el fenómeno que queremos describir, encontrar* (en general experimentalmente) *sus leyes constitutivas, y como se conservan*.

Existencia y unicidad

Quizás la variación más importante que han sufrido estas ideas hoy en día está en tomar en cuenta efectos aleatorios.

Independientemente de cuan bueno sea un modelo matemático para representar la realidad, debe tener un mínimo de coherencia interna.

Si las relaciones que especificamos son excesivas, serán en general contradictorias y nuestro problema puede no tener solución.

Si son muy pocas, puede que tengamos muchas soluciones distintas, cuando en realidad esperamos tener una solución única.

Por eso el próximo paso de Fourier fue tratar de encontrar solución al problema. Dada la temperatura inicial, $T_0(x)$, y la condición

$$T(1, t) = T(0, t) = 0$$

para todo $t > t_0$, se trata de demostrar que existe una única función $T(x, t)$ que satisface la ecuación

$$T_t = T_{xx}$$

(hacemos $k = \theta = 1$).

Intentemos primero encontrar algunas soluciones para T_0 particulares de la forma

$$T(x, t) = T_0(x)g(t).$$

Para ello es necesario que

$$g'(t)T_0(x) = g(t)T_0''(x)$$

o que

$$\frac{g'(t)}{g(t)} = \frac{T_0''(x)}{T_0(x)} = \lambda \text{ constante}$$

(la única forma posible para que dos funciones de variables distintas sean iguales es que sean constantes, ya que podemos fijar t y variar x sobre todos sus valores posibles).

Como $T_0(0) = T_0(1) = 0$, los únicos pares posibles son

$$T_0(x) = \sin(n\pi x)$$

$$g(t) = e^{-(n\pi)^2 t}.$$

Pero el problema que estábamos considerando es lineal. Por lo tanto, cualquier combinación de soluciones

$$T(x, t) = \sum c_n \sin(n\pi x) e^{-(n\pi)^2 t}$$

es una nueva solución, con dato inicial

$$T_0(x) = \sum c_n \sin(n\pi x).$$

Fourier demuestra entonces que cualquier función T_0 (digamos continuamente diferenciable, con $T_0(0) = T_0(1) = 0$) puede expresarse de esa manera, y da una formula para los coeficientes.

Nace así el análisis de Fourier, tan revolucionario que tomó quince años para que matemáticos de la época aceptaran que una serie de funciones altamente oscilatoria como es $\sin(n\pi x)$ pueda representar, por ejemplo, un arco de parábola o una poligonal.

Análisis armónico

El análisis de Fourier ha pasado a llamarse análisis armónico. Podemos decir que consiste en describir una función no por sus características especiales (donde es grande, donde es pequeña), sino por la influencia que cada frecuencia ($\sin \lambda x$) tiene en su composición. Como tal, ocupar un lugar fundamental en todo lo que se relaciona a teoría de ondas, transmisión de todo tipo de señales, reconstrucción de imágenes por ultrasonido, análisis espectral, etc.

Recientemente ha tomado gran importancia una forma de descomponer funciones en "trozos elementales" que describen las propiedades oscilatorias de la función simultáneamente en el espacio físico (la variable x) y el espacio de frecuencias (la variable n o λ).

Estos trozos elementales se llaman *wavelets* y han revolucionado la compresión de imágenes, la transmisión de datos, etc.

El núcleo de Gauss y paseos al azar

Hay en realidad una forma más convincente de representar a la solución $T(x, t)$, y que exhibe más claramente las propiedades cualitativas de la propagación del calor. Consiste en poner inicialmente "masas puntuales".

Supongamos ahora que la barra es infinita, está a temperatura cero y logramos poner una "masa puntual" de una unidad calor en el origen y en el

instante t_0 . Es decir, logramos concentrar una cantidad $c=1$ de energía calórica en el origen de forma tan veloz que para nuestra escala de tiempos resulta instantánea.

¿Como evoluciona la temperatura a continuación?

Un pequeño análisis de autosemejanza: si $T(x,t)$ es una solución de la ecuación, también lo es $aT(bx, b^2t)$, lo cual nos permite calcular que en este caso

$$T(x,t) = \frac{1}{(\pi t)^{1/2}} e^{-x^2/4t} = G(x,t).$$

Este es el núcleo ("la campana") de Gauss, o fórmula de dispersión de error.

Si trasladamos la masa puntual a x_0 , la nueva fórmula es

$$T(x,t) = G(x - x_0, t),$$

puesto que la ecuación es invariante por traslaciones.

Si superponemos masas puntuales de intensidades c_i en los puntos x_i

$$T(x,t) = \sum c_i G(x - x_i, t)$$

y finalmente, para una densidad de energía $e = T_0(x)$,

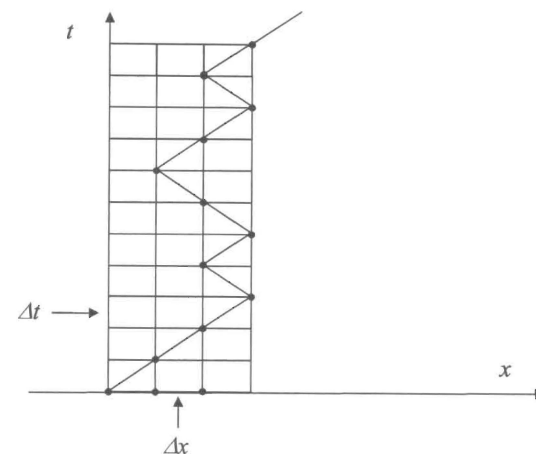
$$T(x,t) = \int G(x - x_0, t) T_0(x_0) dx_0.$$

Esta representación nos dice entre otras cosas y de manera inmediata, que

- si la temperatura original es positiva, permanece positiva.
- Que el efecto de cualquier cambio de temperatura se hace sentir instantáneamente en toda la barra.
- Que la temperatura T_0 puede ser altamente discontinua y un instante más tarde se regulariza.

Pero, ¿cual es la relación entre la ecuación del calor y la propagación de errores?

Supongamos que en el instante t_0 estamos parados en el origen. Revoleamos una moneda; si sale cara, damos un paso, Δx , a la derecha. Si sale cruz, a la izquierda.



Cada intervalo Δt , repetimos la operación.

¿Cual es la probabilidad $u(x,t)$ que en tiempo t nos encontremos en la posición x ?

Parece complejo de calcular, pero podemos observar que en el instante $t - \Delta t$ estábamos o en $x + \Delta x$ o en $x - \Delta x$ y que de allí nos movimos con probabilidad $1/2$ a (x,t) , es decir

$$u(x,t) = \frac{1}{2} (u(x + \Delta x, t - \Delta t) + u(x - \Delta x, t - \Delta t))$$

o sea

$$u(x,t) - u(x, t - \Delta t) = \frac{1}{2} (u(x + \Delta x, t - \Delta t) + u(x - \Delta x, t - \Delta t) - 2u(x, t - \Delta t))$$

Todo depende ahora del balance entre Δt y $(\Delta x)^2$. Si elegimos $\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} = 1$, podemos dividir ambos miembros por Δt y obtenemos:

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\Delta^2 u}{(\Delta x)^2},$$

que es una forma discreta de la ecuación del calor.

Es decir, en el límite $\Delta t \rightarrow 0$, u converge a la solución de la ecuación del calor. Pero en el instante inicial, estamos parados en el origen con probabilidad 1, es decir

$$u(x, t) = G(x, t).$$

Esta es una versión del teorema central del límite que dice que si repetimos en forma independiente n veces un mismo experimento X_i de esperanza cero, entonces la distribución de probabilidad de

$$X = \frac{\sum X_i}{\sqrt{n}}$$

converge a una Gaussiana.

Difusiones no lineales

Es por eso que a una ecuación del tipo de la del calor se le suele llamar una ecuación de difusión. Las ecuaciones de difusión aparecen en diversos campos. Por ejemplo, en dinámica de poblaciones la densidad de energía e es substituida por la densidad de población σ , y una de las muchas razones por las que una población migra es para ir hacia zonas de densidad menor, es decir, el flujo de población tiene la forma

$$f = -\nabla \sigma + \dots \text{ (otras razones)}$$

y por lo tanto las ecuaciones correspondientes serán de la forma

$$D_t \sigma = \Delta \sigma + \dots$$

O, en una epidemia, la probabilidad de infección en un lugar x , en un instante de tiempo t , depende en forma monótona de las probabilidades de los puntos adyacentes unas horas antes. Esto da lugar, infinitesimalmente, a una ecuación de la forma

$$D_t e = F(D_x^2 e, \nabla e)$$

donde e es la esperanza matemática de infección en x , t .

En un fluido viscoso, las partículas adyacentes a una dada tratan de “arrastrarla” o “frenarla” si intenta dispersarse.

El punto que quiero destacar es que, en todos estos fenómenos, el término de “difusión” o “viscosidad” induce un proceso de “achatamiento” o “promediado” de las variables de estado que caracteriza a los problemas difusivos o viscosos.

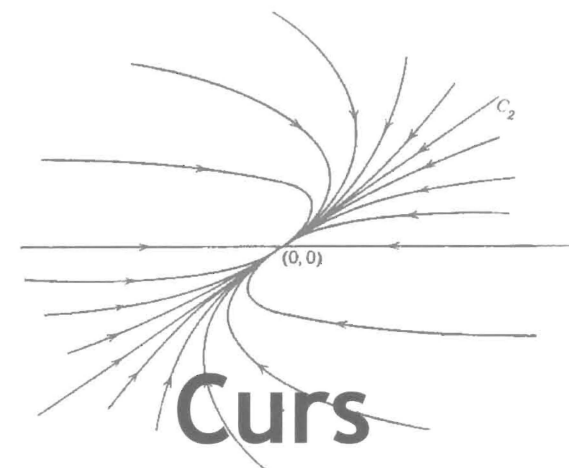
La influencia de la teoría de “ecuaciones parabólicas” es hoy en día inmensa, en las ecuaciones de fluidos (Navier–Stokes, flujo en medios porosos, ecuaciones de cambio de fase), en teoría de control óptimo y teoría de juegos (ecuaciones totalmente no lineales), modelado de dinámica de poblaciones, epidemiología, matemática de las finanzas, etc.



29 d'abril 1854
17 de juliol 1912

Facultat de Matemàtiques
i Estadística
C. Pau Gargallo, 5
08028 - Barcelona
Tel. 93 401 72 98
Fax 93 401 58 81

deganat@fme.upc.es
www-fme.upc.es



Curs Poincaré

2003-2004



Facultat de Matemàtiques
i Estadística

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Presentació

Amb motiu del 150è aniversari del naixement del matemàtic Henri Poincaré (1854-1912), la Facultat de Matemàtiques i Estadística ha trobat adient dedicar-li l'actual curs 2003-2004. Es vol expressar el desig de commemorar una vida intensa i productiva dedicada a les matemàtiques i la física matemàtica, així com celebrar la repercussió fecunda de les seves idees al llarg dels anys.

Activitats

La Facultat de Matemàtiques i Estadística ha organitzat un seguit d'actes en relació amb el curs Poincaré:

- lliçó inaugural del curs,
- activitats de la Setmana de la Ciència,
- espai Poincaré
- conferències,
- jornada Poincaré,
- assignatura de lliure elecció: Vida i Obra d'Henri Poincaré

Podreu trobar més informació a la pàgina web <http://www-fme.upc.es>

Jules Henry Poincaré (Nancy 1854, París 1912) inicià la seva vida professional com Enginyer de Mines però, el 1879, en obtenir el grau de doctor en Matemàtiques passà a ser professor de Matemàtiques a la Universitat de Caen i poc després a la Sorbona (París).

La seva vida és una dedicació constant al cultiu de les Matemàtiques i la Física Matemàtica: d'una banda contribueix al seu desenvolupament i expansió amb la introducció de conceptes i resultats que han esdevingut part del material bàsic de diferents camps de la Matemàtica i la Física actuals; d'altra banda, fou una persona enormement interessada en la comprensió de tot allò que permet el coneixement físic i geomètric, en especial s'interessà pel mateix procés de creació matemàtica. Les seves reflexions a l'entorn d'aquesta temàtica i d'altres afins es troben recollides a *Ciencia e Hipótesis*, *El valor de la Ciencia*, *Ciencia y Método* i *Últimos Pensamientos*, quatre llibres que escriví en l'última etapa de la seva vida.

Les seves múltiples aportacions es troben repartides en una àmplia varietat de camps: podem destacar el seu estudi de les funcions per ell anomenades Fuchsianes (i la seva connexió amb la geometria hiperbòlica), el tractament qualitatiu de les solucions de les equacions diferencials (corbes integrals i naturalesa dels punts singulars), la introducció del grup fonamental i altres invariants algebraics en Topologia Combina-

tòria o, dit per ell, "Anàlisis Situs", el seu treball "Sur le problème de trois corps et les équations de la dynamique" que guanyà un premi internacional ofert pel rei Oscar II de Suècia –un rei interessat per les matemàtiques. En una correcció posterior d'aquest treball s'hi troben les arrels de l'actual teoria de Sistemes Dinàmics, en particular, la teoria del caos.

Poincaré fou testimoni del reconeixement social de la seva obra. Una multitud de premis, homenatges i nomenaments ho confirmen plenament. Amb tot, hi ha una qüestió que, encara avui, pot ser no és prou divulgada: es tracta del fet que Poincaré s'avançà a Einstein en enunciar que la velocitat de la llum és una velocitat límit i que la massa depèn de la velocitat, en afirmar el principi de relativitat segons el qual cap experiment mecànic o electromagnètic pot discriminar entre un estat de moviment uniforme i un estat de repòs i en establir el grup de les transformacions admissibles que, ell mateix, anomenà grup de Lorentz.

També establí la relació $E = mc^2$ tot i que ho feu d'una manera diferent a la que publicaria Einstein posteriorment.